

# **Statistiek van extreme neerslag voor korte neerslagduren**

*Adri Buishand en Janet Wijngaard*

De Bilt, 2007

PO Box 201  
3730 AE De Bilt  
Wilhelminalaan 10  
De Bilt  
The Netherlands  
<http://www.knmi.nl>  
Telephone +31(0)30-220 69 11  
Telefax +31(0)30-221 04 07

Auteurs: Buishand, T.A.  
Wijngaard, J.B.



# **Statistiek van extreme neerslag voor korte neerslagduren**

*Adri Buishand en Janet Wijngaard*

Technisch Rapport



# Inhoudsopgave

<b>Samenvatting</b>	5
<b>Inleiding</b>	7
<b>Data</b>	7
<b>Methode</b>	8
GEV verdeling voor De Bilt 1906-1990	9
Relatie tussen de GEV parameters en de duur	10
<b>Terugkeerniveaus voor verschillende duren en herhalingstijden</b>	13
<b>Dankwoord</b>	14
<b>Literatuur</b>	15
<b>Appendix</b>	17
Het $T$ -jaar terugkeerniveau bij de GEV verdeling	17
De variantie van het geschatte terugkeerniveau	18



## **Samenvatting**

In dit rapport wordt een statistiek van extreme neerslag in De Bilt gegeven voor duren van 5, 10, 15, 30, 60 en 120 minuten. Vooral in het stedelijk waterbeheer is veel belangstelling voor dergelijke korte neerslag gebeurtenissen om het regulier functioneren van het rioolstelsel en inundatie vanuit het regionale watersysteem te toetsen.

Uitgegaan is van de maximale neerslaghoeveelheden per jaar in het tijdvak 1906 – 1990 voor bovengenoemde duren. Aan deze jaarmaxima is een GEV (Generalized Extreme Value) verdeling aangepast. De waarde van de vormparameter van deze verdeling is ontleend aan een uitgebreid onderzoek voor België. Hierdoor is het mogelijk uitspraken te doen voor zeer lage overschrijdingsfrequenties (tot eens in de 1000 jaar). De twee andere parameters van de GEV verdeling worden gemodelleerd als kwadratische functies van de logaritme van de duur. Een korte beschouwing wordt gegeven over de nauwkeurigheid van de verschillende terugkeerniveaus.





## **Inleiding**

In het STOWA rapport 2004-26 “Statistiek van extreme neerslag in Nederland” (Smits e.a., 2004) is een analyse van de extreme neerslag gemaakt voor duren van 4 uur tot 9 dagen. Dat heeft voor die duren tot een aanpassing geleid van de getallen zoals gegeven in Buishand en Velds (1980). Duren korter dan 4 uur zijn in het STOWA rapport niet in de analyse meegenomen. Toch is voor deze korte duren veel belangstelling vanuit het stedelijk waterbeheer, of meer algemeen, wanneer afvoer van neerslag over verharde oppervlakken wateroverlast kan veroorzaken. Hierbij kan gedacht worden aan wateroverlast als de riolering niet meer in staat is alle neerslag af te voeren. In Nederland wordt het regulier functioneren van het rioolstelsel getoetst met een ontwerp bui die gemiddeld ongeveer eens per 2 jaar voorkomt. Bij zwaardere buien zal gedurende enige tijd water op straat blijven staan wat tot min of meer ernstige hinder (gemiddeld eens in de 10 tot 25 jaar) of tot economische schade kan leiden (gemiddeld eens in ongeveer 50 jaar), zoals het onderlopen van enkele gebouwen of langdurige belemmering van het verkeer (Van Luijelaar, 2006). Daarnaast moet getoetst worden op het overstromen van bepaalde gebieden als gevolg van het overbelast raken van het regionale watersysteem. Hierbij is men typisch geïnteresseerd in gebeurtenissen die gemiddeld slechts eens in de 100 jaar (Werknorm Nationaal Bestuursakkoord Water) of soms zelfs nog minder vaak voorkomen.

Door Wijngaard en Sluijter (2005) zijn voor duren korter dan 4 uur de waarden zoals gegeven in Buishand en Velds achteraf aangepast om deze aan te laten sluiten op die voor de langere duren in STOWA 2004-26. Bij die aanpassing is alleen indirect gebruik gemaakt van de onderliggende neerslaggegevens. In dit rapport wordt een nieuwe analyse van de extreme neerslag voor duren variërend van 5 tot 120 minuten beschreven op basis van de gegevens van De Bilt voor het tijdvak 1906-1990. Bij de bepaling van de kansverdeling is gebruik gemaakt van informatie over de vorm van de staart van de extreme waarde verdelingen van de neerslag voor deze duren uit een uitgebreid onderzoek voor België. In aansluiting op het STOWA rapport worden ook zeldzame gebeurtenissen met overschrijdingsfrequenties van gemiddeld één keer per 100 jaar tot één keer per 1000 jaar bekeken.

## **Data**

In Buishand en Velds (1980) is gebruik gemaakt van een dataset voor De Bilt bestaande uit de maximale neerslaghoeveelheden per jaar (kortweg: de jaarmaxima) voor duren van 5, 10, 15, 30, 60 en 120 minuten voor het tijdvak 1906-1977 afkomstig uit neerslagstroken. Deze dataset is voor dit onderzoek aangevuld met de data van 1978-1990. Hoewel tot 1993 de neerslag in De Bilt op stroken werd geregistreerd, is het niet mogelijk de gewenste jaarmaxima voor 1991 en 1992 te bepalen vanwege onderbrekingen. Voor de aanvulling van de door Buishand en Velds gebruikte dataset zijn de maxima voor de periode 1978-1990 uit de neerslagstroken van De Bilt getrokken en vervolgens aangepast aan de dagsommen van de standaardregenmeter (zie voor meer details STOWA 2004-26). Opgemerkt moet worden dat de 5 en 10 minuten waarden tot 1983 moeilijk af te lezen zijn in verband met de toen gebruikte stroken. Meerdere mensen hebben dezelfde stroken uitgetrokken en aan de hand daarvan wordt de afleesfout geschat op 10-20%.

## Methode

In het STOWA rapport zijn de jaarmaxima voor duren van 4 uur en langer geanalyseerd en is de GEV (Generalized Extreme Value) verdeling de beste keuze gebleken. Ook voor kortere duren is nu gebruik gemaakt van deze verdeling.

De GEV verdeling wordt gedefinieerd door zijn (cumulatieve) verdelingsfunctie:

$$F(x) = \exp\left\{-\left[1 - \theta(x - \lambda)/\beta\right]^{1/\theta}\right\} \quad \text{voor } \theta \neq 0 \quad (1)$$

Voor  $\theta = 0$  nemen we de limiet  $\theta \rightarrow 0$ , wat tot de Gumbel verdeling leidt:

$$F(x) = \exp\left\{-\exp\left[-(x - \lambda)/\beta\right]\right\} \quad (2)$$

De parameter  $\theta$  bepaalt de vorm van de verdeling en wordt daarom de vormparameter genoemd. De waarde van deze parameter is belangrijk als men in de overschrijdingsfrequentie van zeer grote neerslaghoeveelheden geïnteresseerd is. De parameter  $\beta$  is recht evenredig aan de standaardafwijking en wordt vaak als schaalparameter aangeduid. De parameter  $\lambda$  is de locatieparameter. Merk op dat  $F(\lambda) = e^{-1} \approx 0.37$ . De locatieparameter bepaalt in sterke mate het gemiddelde, maar heeft geen invloed op de standaardafwijking en hogere orde momenten.

De verdelingsfunctie  $F(x)$  geeft de kans weer dat het niveau  $x$  in een bepaald jaar niet overschreden wordt. Bij extreme waarden statistieken is het echter gebruikelijk de neerslaghoeveelheden te geven voor verschillende overschrijdingsfrequenties. Uitgaande van de GEV verdeling wordt de neerslaghoeveelheid  $x(T)$  die gemiddeld eens in de  $T$  jaar wordt overschreden (het “terugkeerniveau” in STOWA 2004-26) gegeven door:

$$x(T) = \lambda + \beta h(T; \theta) \quad (3)$$

waarbij

$$h(T; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} (1 - T^{-\theta}) & \text{voor } \theta \neq 0 \\ \ln T & \text{voor } \theta = 0 \end{cases} \quad (4)$$

De afleiding van deze uitdrukking wordt gegeven in de Appendix. De herhalingstijd  $T$  heeft hier betrekking op de gemiddelde duur (in jaren) tussen twee opeenvolgende overschrijdingen in de zogenaamde partiële duurreeks (“partial duration series”). Deze reeks bevat alle onafhankelijke extreme gebeurtenissen uit de oorspronkelijke reeks (“complete duration series”). In STOWA 2004-26 wordt een tijdsduur van minstens 24 uur tussen twee opeenvolgende extreme gebeurtenissen aangehouden om deze onafhankelijkheid te waarborgen. Door Buishand (1985) zijn verschillende criteria voor extreme gebeurtenissen van 5-minuten neerslag vergeleken. Merk op dat voor  $T = 1$  jaar  $h(T; \theta) = 0$ , ongeacht de waarde van  $\theta$ , en dus  $x(1) = \lambda$ .

Hoewel de herhalingstijden en terugkeerniveaus betrekking hebben op de partiële duurreeks, worden de parameters  $\lambda$ ,  $\beta$  en  $\theta$  geschat op basis van de jaarmaxima.

## GEV verdeling voor De Bilt 1906-1990

Een neerslagreeks van 85 jaar is eigenlijk te kort om de vormparameter  $\theta$  van de GEV verdeling voldoende nauwkeurig te schatten. Dit leidt dan tot een grote onzekerheid in de terugkeerniveaus voor grote herhalingstijden. Om dit te illustreren zijn zowel de Gumbel verdeling als de GEV verdeling aan de 60-minuut maxima van De Bilt aangepast met behulp van de methode van de grootste aannemelijkheid (“maximum likelihood”). Tabel 1 vergelijkt de terugkeerniveaus voor een aantal herhalingstijden. Voor  $T = 1$  en  $T = 10$  jaar is er weinig verschil, maar voor  $T = 100$  en  $T = 1000$  jaar zijn de terugkeerniveaus volgens de gefitte GEV verdeling hoger dan die volgens de Gumbel verdeling. Met name het geschatte terugkeerniveau voor  $T = 1000$  jaar heeft bij de GEV verdeling een zeer grote standaardafwijking. Hoewel het verschil met het geschatte terugkeerniveau volgens de Gumbel verdeling absoluut gezien aanzienlijk is, is dit verschil toch kleiner dan  $1 \times$  de standaardafwijking.

Een nauwkeurigere schatting van de vormparameter kan worden verkregen door de gegevens van meerdere stations te combineren waarbij aangenomen wordt dat deze parameter binnen een bepaald gebied of land niet varieert. In STOWA 2004-26 is de waarde van deze parameter gebaseerd op onderzoek van Buishand (1983) voor Nederland en van Gellens (2003) voor België. Buishand beschouwde slechts duren van 1 tot 10 dagen. Het blijkt dat de waarden van  $\theta$  voor deze duren in Nederland goed overeenkomen met die gevonden in Belgisch onderzoek. Op basis van de gegevens van 22 stations in België (625 stationsjaren) laat Gellens (2003) zien dat  $\theta$  voor duren van 10 minuten tot 24 uur weinig varieert. Op basis hiervan wordt in STOWA 2004-26 een constante waarde van  $\theta$  van  $-0.09$  aangehouden voor duren van 24 uur en korter, wat ongeveer de gemiddelde waarde is in het onderzoek van Gellens voor deze duren. In dit rapport zal deze waarde ook worden aangehouden. Voor de jaarmaxima van De Bilt zijn vervolgens de locatieparameter  $\lambda$  en de schaalparameter  $\beta$  geschat, wederom met de methode van de grootste aannemelijkheid. De laatste kolom van tabel 1 geeft voor de 60 – minuutwaarden de terugkeerniveaus op basis van deze schattingen. Voor  $T = 100$  en  $T = 1000$  jaar is er een aanzienlijke reductie in de standaardafwijking ten opzichte van het geval waarin  $\theta$  gebaseerd is op de jaarmaxima van De Bilt.

Tabel 2 geeft voor alle beschouwde duren de waarden van de geschatte GEV parameters. De dispersie coëfficiënt  $\gamma = \beta/\lambda$  in deze tabel is vergelijkbaar met de variatie coëfficiënt. Het verloop van  $\gamma$  met de duur komt overeen met dat van de parameter  $c$  in figuur 8.9 op pag. 117 van Buishand en Velds (1980).

Tabel 1: Neerslaghoeveelheden (mm) die gemiddeld eens in de  $T$  jaar in 60 minuten worden overschreden. Bij de Gumbel en GEV verdeling in de middelste kolommen zijn alle parameters geschat op basis van de jaarmaxima in de reeks van De Bilt; bij de GEV verdeling in de laatste kolom is de vormparameter  $\theta$  van tevoren gelijk gesteld aan  $-0.09$ .

$T$	Gumbel	GEV	GEV, $\theta = -0.09$
1	14.0	13.8 (0.6) <sup>1</sup>	13.7 (0.6) <sup>1</sup>
10	26.0	26.4 (1.7)	26.6 (1.6)
100	37.9	41.3 (5.4)	42.5 (3.6)
1000	49.9	58.9 (13.1)	62.0 (7.2)

<sup>1</sup> Standaardafwijking (mm), voor een afleiding zie Appendix.

Tabel 2: Maximum likelihood schattingen van de GEV parameters  $\lambda$  en  $\beta$  (in mm) voor duren ( $D$ ) van 5 tot 120 minuten. Voor de vorm parameter  $\theta$  is een constante waarde van  $-0.09$  aangehouden.

$D$	$\lambda$	$\beta$	$\theta$	$\gamma = \beta/\lambda$
5	5.30	2.02	-0.090	0.381
10	7.35	3.04	-0.090	0.414
15	8.75	3.62	-0.090	0.414
30	11.13	4.54	-0.090	0.408
60	13.73	5.04	-0.090	0.367
120	16.87	5.52	-0.090	0.327

### Relatie tussen de GEV parameters en de duur

Om consistentie tussen de verschillende neerslagduren te bewerkstelligen zijn voor zowel  $\lambda$  (locatieparameter) als voor  $\gamma$  (dispersie coëfficiënt) regressielijnen afgeleid met als onafhankelijke variabele de natuurlijk logaritme van de duur  $D$ .

In figuur 1 is  $\lambda$  (blokjes) uitgezet tegen  $\ln D$ . Door deze punten is een nagenoeg rechte lijn te trekken. Met behulp van standaard lineaire regressie is deze lijn (gestippeld) berekend als (reg1):

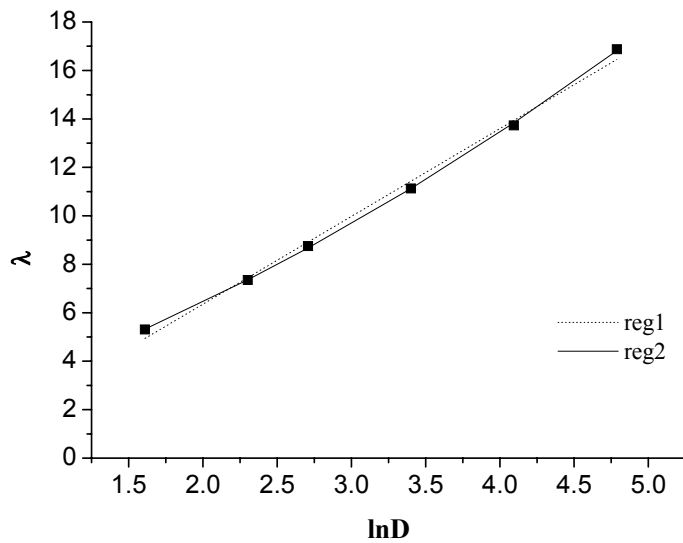
$$\lambda = -0.898 + 3.625 \ln D \quad (5)$$

waarbij  $\lambda$  in mm is uitgedrukt en  $D$  in minuten. De residuele standaardafwijking van dit model is  $s_{\text{res}} = 0.35$  mm.

In de literatuur (bijv. Gellens, 2003) wordt ook vaak een log transformatie voor  $\lambda$  gebruikt. Gezien de vrijwel rechte lijn in figuur 1 is het duidelijk dat dit hier geen verbetering oplevert. De residuele standaardafwijking is dan ook hoger dan bij de niet getransformeerde  $\lambda$  ( $s_{\text{res}} = 0.50$  mm). Een vrij sterke reductie in  $s_{\text{res}}$  kan wel worden bereikt door een kwadratische term in  $\ln D$  toe te voegen (reg2):

$$\lambda = 1.618 + 1.862 \ln D + 0.274 (\ln D)^2 \quad (6)$$

Deze fit, waarvoor  $s_{\text{res}} = 0.08$  mm, is in figuur 1 door de doorgetrokken lijn weergegeven.

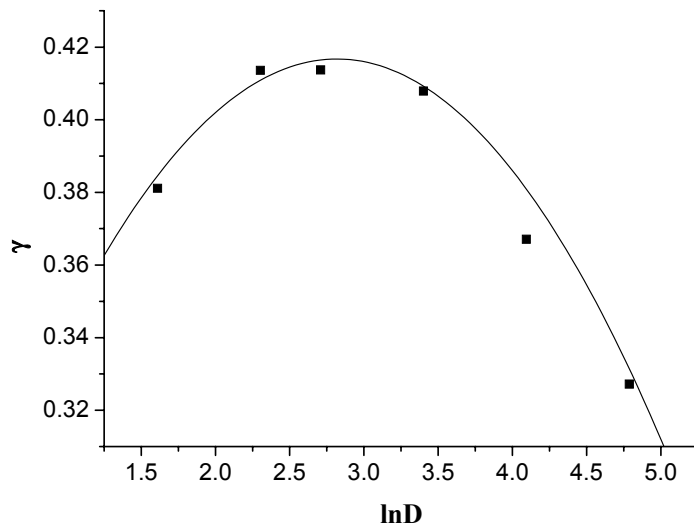


Figuur 1: Locatieparameter  $\lambda$  volgens de regressievergelijkingen 5 (reg1, gestippeld) en 6 (reg2, doorgetrokken), uitgezet tegen  $\ln D$  ( $\lambda$  in mm;  $D$  in minuten). De blokjes geven de geschatte waarden van  $\lambda$  uit tabel 2 voor de duren van 5, 10, 15, 30, 60 en 120 minuten.

Vervolgens is voor  $\gamma$  een soortgelijke regressie afgeleid ( $s_{\text{res}}=0.0053$ ):

$$\gamma = 0.242 + 0.124 \ln D - 0.022(\ln D)^2 \quad (7)$$

Figuur 2 laat zien dat deze vergelijking de geschatte waarde van  $\gamma$  voor de afzonderlijke duren goed benadert.



Figuur 2: Dispersie coëfficiënt volgens regressievergelijking 7 (doorgetrokken lijn), uitgezet tegen  $\ln D$  ( $D$  in minuten). De blokjes geven de geschatte waarden van  $\gamma$  uit tabel 2 voor de duren van 5, 10, 15, 30, 60 en 120 minuten.

In tabel 3 zijn de resultaten afkomstig uit de regressievergelijkingen vergeleken met de oorspronkelijke parameterschattingen voor de afzonderlijke duren en de daaruit volgende terugkeerniveaus voor  $T = 100$  en  $T = 250$  jaar. Duidelijk is te zien dat de waarden van  $\lambda$  uit reg2 dicht bij de oorspronkelijke waarden liggen dan die uit reg1. Relatief is het verschil tussen de twee regressievergelijkingen het grootst voor  $D = 5$  minuten waarvoor reg1 de oorspronkelijke waarde van  $\lambda$  met ongeveer 7% onderschat (ongeveer  $1.5 \times$  de standaardafwijking van de geschatte  $\lambda$ ). Eenzelfde onderschatting wordt bij reg1 gevonden voor de neerslaghoeveelheid die gemiddeld eens in de 100 jaar in 5 minuten wordt overschreden. Vanwege de onzekerheid omtrent de aanname dat  $\theta = -0.09$  voor  $D = 5$  minuten (het onderzoek van Gellens voor België waarop deze aanname is gebaseerd had immers betrekking op duren van 10 minuten en langer) zijn geen getallen voor het terugkeerniveau  $x(250)$  gegeven in tabel 3 voor deze duur. Voor duren van 10 minuten en langer zijn de relatieve verschillen tussen de oorspronkelijke schattingen van  $\lambda$ ,  $x(100)$  en  $x(250)$  voor de afzonderlijke duren en de waarden uit de regressievergelijkingen niet meer dan 3% voor reg1 en 2% voor reg2. Het is echter vanwege de betere overeenkomst met de oorspronkelijke schatting van  $\lambda$  voor  $D = 5$  minuten dat in het vervolg verder zal worden gegaan met reg2.

Tot slot wordt er op gewezen dat de regressievergelijkingen (6) en (7) zijn afgeleid uit de jaarmaxima voor duren tussen de 5 en 120 minuten. Extrapolaties buiten dit interval zijn zeer onbetrouwbaar, mede vanwege de kwadratische term in  $\ln D$ .

Tabel 3: Geschatte waarden van  $\lambda$  (in mm) en  $\gamma$  voor de afzonderlijke duren (tabel 2), vergeleken met de waarden voor  $\lambda$  volgens de regressievergelijkingen 5 (reg1) en 6 (reg2) en die van  $\gamma$  volgens vergelijking 7 (reg). In de rechterkant van de tabel worden voor overschrijdingsfrequenties van eens in de 100 en 250 jaar de berekende terugkeerniveaus  $x(100)$  en  $x(250)$  (in mm) uit de schattingen van  $\lambda$  en  $\gamma$  voor de afzonderlijke duren ( $D$  in minuten) vergeleken met de overeenkomstige terugkeerniveaus op basis van de waarden van  $\lambda$  en  $\gamma$  uit de regressievergelijkingen.

$D$	$\lambda$	$\lambda$ reg1	$\lambda$ reg2	$\gamma$	$\gamma$ reg	$x(100)$	$x(100)$ reg1	$x(100)$ reg2	$x(250)$	$x(250)$ reg1	$x(250)$ reg2
5	5.30	4.94	5.33	0.381	0.384	16.8	15.8	17.0	-	-	-
10	7.35	7.45	7.34	0.414	0.409	24.7	24.8	24.5	29.1	29.2	28.9
15	8.75	8.92	8.67	0.414	0.414	29.4	30.0	29.2	34.6	35.3	34.3
30	11.13	11.43	11.12	0.408	0.405	37.0	37.9	36.8	43.6	44.6	43.4
60	13.73	13.94	13.84	0.367	0.375	42.5	43.8	43.5	49.8	51.3	51.0
120	16.87	16.45	16.82	0.327	0.323	48.3	46.8	47.9	56.3	54.5	55.7

## Terugkeerniveaus voor verschillende duren en herhalingstijden

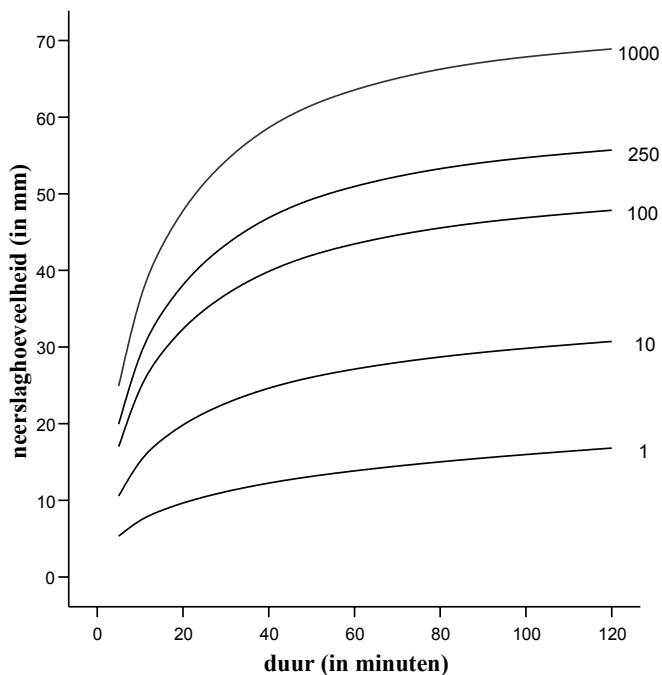
Op basis van de vergelijkingen 3 en 4 is het terugkeerniveau voor verschillende duren en overschrijdingsfrequenties berekend. De GEV parameter  $\lambda$  is daarbij ontleend aan vergelijking 6 (reg2),  $\beta = \lambda \times \gamma$  waarbij  $\gamma$  ontleend is aan vergelijking 7, en  $\theta = -0.09$ .

Tabel 4 geeft een overzicht van de resultaten voor duren tot 120 minuten voor gebeurtenissen van eens per jaar tot eens in de 1000 jaar. Links staan de waarden gebaseerd op deze studie, rechts de waarden uit een aantal andere studies. Voor de gebeurtenissen van eens per jaar tot eens in de 10 jaar zijn de nieuw afgeleide waarden vrijwel gelijk aan die van Buishand en Velds (1980). Voor de iets zeldzamere gebeurtenissen lopen deze verschillen op tot maximaal ongeveer 10% voor eens in de 100 jaar, waarbij de nieuwe waarden iets hoger liggen. De oorzaak hiervan is dat Buishand en Velds van de Gumbel verdeling uitgaan ( $\theta = 0$ ), terwijl in deze studie  $\theta = -0.09$ . Terugkeerniveaus voor herhalingstijden groter dan 100 jaar worden niet gegeven door Buishand en Velds (1980). Door Braak (1933) zijn in een ver verleden herhalingstijden tot 250 jaar beschouwd. Voor  $D = 30$  minuten komt de waarde van Braak voor de eens in de 250 jaar gebeurtenis overeen met die uit deze studie, maar voor  $D = 10$  minuten is deze bijvoorbeeld 6 mm (ruim 20%) lager en voor 120 minuten 10 mm (ongeveer 15%) hoger. De oorzaak van deze verschillen is niet duidelijk. Daarentegen is er een goede overeenkomst met de terugkeerniveaus uit deze studie en die uit een recent onderzoek van Overeem e.a. (2006), gebaseerd op de uurwaarden van verschillende stations verspreid over Nederland (in totaal 514 stationsjaren). Voor de meest zeldzame gebeurtenissen zijn de waarden in Overeem e.a. (2006) bij  $D = 120$  minuten iets hoger (respectievelijk, 1 mm bij  $T = 100$  jaar en 4 mm bij  $T = 1000$  jaar).

Voorgaande resultaten worden vaak gepresenteerd in een grafiek waarbij het terugkeerniveau wordt uitgezet tegen de duur, en elke lijn een bepaalde overschrijdingsfrequentie weergeeft. Deze zogenaamde regenduurlijnen worden in figuur 3 voor een aantal overschrijdingsfrequenties gegeven.

Tabel 4: Terugkeerniveaus (in mm) voor verschillende herhalingstijden voor duren van 5, 10, 15, 30, 60 en 120 minuten. Ter vergelijking zijn de waarden volgens Buishand en Velds (1980) gegeven, samen met die volgens Braak (Braak, 1933; Levert, 1954) voor  $T = 250$  jaar (grijs) en die volgens Overeem e.a. (2006).

$D$ (minuten)	Nieuw						Buishand en Velds/Braak						Overeem e.a.	
	5	10	15	30	60	120	5	10	15	30	60	120	60	120
$T =$ 0.5 jaar	4	5	6	8	10	13	4	6	7	8	10	13	11	13
1 jaar	5	7	9	11	14	17	6	8	9	12	14	17	14	17
2 jaar	7	10	11	14	18	21	7	10	12	15	18	22	17	21
5 jaar	9	13	15	19	23	26	9	13	15	19	23	27	22	26
10 jaar	11	15	18	23	27	31	10	15	18	23	27	31	26	31
20 jaar	12	18	21	27	32	36	12	17	21	26	30	35	31	36
50 jaar	15	21	26	32	38	42	14	20	24	30	36	41	37	43
100 jaar	17	25	29	37	43	48	15	23	27	34	39	45	42	49
200 jaar	-	28	33	42	49	54							48	56
250 jaar	-	29	34	43	51	56	15	23	30	43	57	66	50	58
500 jaar	-	32	39	49	57	62							57	66
1000 jaar	-	36	43	54	64	69							64	73



Figuur 3: Terugkeerniveaus behorende bij overschrijdingsfrequenties van eens per 1, 10, 100, 250 en 1000 jaar voor duren variërend van 5 tot 120 minuten.

Bij de geschatte terugkeerniveaus van de 60 – minuutwaarden zijn in tabel 1 standaardafwijkingen gegeven. Behalve met de herhalingstijd  $T$  nemen deze standaardafwijkingen toe met de duur  $D$ . De relatieve standaardafwijking (standaardafwijking gedeeld door het terugkeerniveau) blijkt echter weinig van de duur  $D$  af te hangen. Deze onzekerheidsmaat bedraagt ongeveer 4 tot 6% voor  $T$  tussen de 1 en 10 jaar, ongeveer 8% voor  $T = 100$  jaar en ongeveer 10% voor  $T = 1000$  jaar. De onzekerheid in terugkeerniveaus is hier wat groter dan die in de studie van Overeem e.a. (2006) omdat de geschatte waarden van  $\lambda$  en  $\gamma$  op minder gegevens (namelijk 85 jaren voor De Bilt) gebaseerd zijn. Details over de berekening van de standaardafwijkingen zijn gegeven in de Appendix.

De genoemde relatieve standaardafwijkingen brengen alleen de onzekerheid in rekening die het gevolg is van het feit dat de werkelijke waarden van de GEV parameters niet bekend zijn. Onzekerheden in de neerslagmetingen worden buiten beschouwing gelaten. Ook wordt ervan uitgegaan dat de verdeling van de jaarmaxima exact een GEV verdeling volgt. In werkelijkheid wijkt de verdeling van de jaarmaxima iets van die theoretische verdeling af. De totale onzekerheid in de terugkeerniveaus is daardoor groter dan door de relatieve standaardafwijkingen wordt aangegeven, met name voor de hogere herhalingstijden.

## Dankwoord

Wij willen Engel Andriessen, Jan Huizinga en Conny Schiks bedanken voor het nauwgezet uittrekken van de neerslagstroken. Onze dank gaat verder uit naar Rudmer Jilderda, Harry van Luijtelaar en Aart Overeem voor het kritisch doorlezen van een concept van dit rapport.



## Literatuur

Beirlant, J., Goegebeur, Y., Segers, J., and Teugels, J., 2004. *Statistics of Extremes: Theory and Applications*. Wiley, Chichester, England.

Beran, M.A., and Nozdryn-Plotnicki, M.J., 1977. Estimation of low return period floods. *Hydrological Sciences Bulletin*, XXII, 275-281.

Braak, C., 1933. *Het klimaat van Nederland A (vervolg): Neerslag, eerste gedeelte*. KNMI Meded. en Verhand. 34a. Rijksuitgeverij, Den Haag.

Buishand, T.A., 1983. Uitzonderlijk hoge neerslaghoeveelheden en de theorie van de extreme waarden. *Cultuurtechnisch Tijdschrift*, 23, 9 – 20. Corrigendum, 23, 81.

Buishand T.A., 1985. The effect of seasonal variation and serial correlation on the extreme value distribution of rainfall data. *Journal of Climate and Applied Meteorology*, 24, 154-160.

Buishand, T.A., 1993. Rainfall depth-duration-frequency curves; a problem of dependent extremes. In: *Statistics for the Environment* (eds. V. Barnett and K.F. Turkman), 183-197. Wiley, Chichester, England.

Buishand, T.A., en Velds, C.A., 1980. *Klimaat van Nederland 1: Neerslag en Verdamping*. KNMI, De Bilt.

Coles, S., 2001. *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer, London, England.

Gellens, D., 2003. *Etude des précipitations extrêmes: Etablissement des fractiles et des périodes de retour d'événements pluviométriques*. Thèse de doctorat, Université Libre de Bruxelles, Belgique.

Johnson, N. L., Kotz, S., and Balakrishnan, N., 1995. *Continuous Univariate Distributions*, Vol. 2, 2nd edition, Wiley, New York, NY.

Langbein, W.B., 1949. Annual floods and the partial-duration flood series. *Transactions American Geophysical Union*, 30, 870-881.

Levert, C., 1954. *Regens, een statistische studie*. KNMI Meded. en Verhand. 62. Staatsdrukkerij- en uitgeverijbedrijf, Den Haag.

Luijtelaar, H. van, 2006. *Stedelijke wateropgave: Vergelijking normen voor water op straat en inundatie*. Notitie Stichting RIONED, Ede.

Montfort, M.A.J. van, en Witter, J.V., 1988. Statistische analyse met betrekking tot maxima. In: *Tijdreeksen in Bodem en Water* (samenst. J.C. Hooghart), 87 – 121. Rapporten en Nota's no. 20, Commissie Hydrologisch Onderzoek TNO, 's-Gravenhage.

Overeem, A., Buishand, A., and Holleman, I., 2006. Rainfall depth-duration-frequency curves and their uncertainties. Submitted to *Journal of Hydrology*.

Prescott, P., and Walden, A.T., 1980. Maximum likelihood estimation of the parameters of the generalized extreme-value distribution. *Biometrika*, 67, 723-724.

Smits, A, Wijngaard J.B., Versteeg R.P., en Kok M., 2004. Statistiek van extreme neerslag in Nederland. STOWA publicatie 2004-26. STOWA, Utrecht.

Wijngaard, J.B., en Sluiter, R.J.C.F., 2005. Aanpassing voorlichtingsbrochure “neerslagfrequentie”. Memorandum WM 05-04. KNMI, De Bilt.

## Appendix

### Het $T$ -jaar terugkeerniveau bij de GEV verdeling

Voor elke  $x$  geven de vergelijkingen 1 en 2 een “onderschrijdingskans”  $F$ . De inverse van deze vergelijkingen levert voor iedere  $F$  een waarde van  $x$ :

$$x(F) = \begin{cases} \lambda + \frac{\beta}{\theta} [1 - (-\ln F)^\theta] & \text{voor } \theta \neq 0 \\ \lambda - \beta \ln(-\ln F) & \text{voor } \theta = 0 \end{cases} \quad (\text{A1})$$

We definiëren nu de gemiddelde herhalingstijd  $T_{j\max}$  als

$$T_{j\max} = \frac{1}{1 - F} \quad (\text{A2})$$

Bijvoorbeeld, bij een gebeurtenis met een overschrijdingskans  $1 - F = 0.1$  hoort een gemiddelde herhalingstijd  $T_{j\max}$  van 10 jaar. De index  $j\max$  geeft aan dat deze herhalingstijd betrekking heeft op een tijdsinterval tussen twee jaarmaxima. De gemiddelde herhalingstijd  $T_{j\max}$  tussen twee overschrijdingen van een bepaald niveau in de partiële duurreeks is kleiner dan  $T_{j\max}$  omdat in een jaar meer dan één overschrijding van dat niveau kan plaatsvinden. Tussen  $T$  en  $T_{j\max}$  vond Langbein (1949) de volgende relatie, zie ook Buishand en Velds (1980):

$$T_{j\max} = 1 / (1 - e^{-1/T}) \quad (\text{A3})$$

Beran and Nozdryn-Plotnicki (1977) laten zien dat vergelijking A3 geldig is als het aantal overschrijdingen in een jaar een Poisson verdeling volgt. Bij neerslaghoeveelheden voor korte duren is hieraan voldaan als opeenvolgende extreme gebeurtenissen onafhankelijk zijn wat men nastreeft bij het construeren van de partiële duurreeks.

Uit de vergelijkingen A2 en A3 volgt nu:

$$F = e^{-1/T} \quad (\text{A4})$$

Substitutie van vergelijking A4 in vergelijking A1 geeft tenslotte

$$x(T) = \begin{cases} \lambda + \frac{\beta}{\theta} (1 - T^{-\theta}) & \text{voor } \theta \neq 0 \\ \lambda + \beta \ln T & \text{voor } \theta = 0 \end{cases} \quad (\text{A5})$$

## De variantie van het geschatte terugkeerniveau

Het geschatte terugkeerniveau duiden we aan als  $\hat{x}(T)$ . De standaardafwijkingen van  $\hat{x}(T)$  in tabel 1 zijn gebaseerd op de delta methode (Coles, 2001). Het geval dat alle drie GEV parameters op basis van dezelfde maxima geschat zijn, wordt behandeld door Van Montfort en Witter (1988). De variantie van  $\hat{x}(T)$  kan dan worden weergegeven als:

$$\text{var } \hat{x}(T) \approx \mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a} \quad (\text{A6})$$

waarbij  $\mathbf{C}$  de  $3 \times 3$  covariantie matrix is van de geschatte GEV parameters  $\hat{\lambda}$ ,  $\hat{\beta}$  en  $\hat{\theta}$ , en  $\mathbf{a}$  de vector is van de partiële afgeleiden van  $x(T)$  naar  $\lambda$ ,  $\beta$  en  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial x(T)}{\partial \lambda} &= 1 \\ \frac{\partial x(T)}{\partial \beta} &= h(T; \theta) \\ \frac{\partial x(T)}{\partial \theta} &= \frac{\beta}{\theta} [T^{-\theta} \ln T - h(T; \theta)] \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

waarbij  $h(T; \theta)$  wordt gegeven door vergelijking 4. De covariantie matrix  $\mathbf{C}$  kan worden benaderd als:

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}^{-1} \quad (\text{A8})$$

met  $\mathbf{I}$  de zogenaamde Fisher informatie matrix. Deze matrix wordt gegeven door Prescott and Walden (1980). Zie ook Beirlant e.a. (2004, pag. 161) en Johnson e.a. (1995, pag. 78, 79). Van Montfort en Witter (1988) geven benaderingsformules voor de elementen van  $\mathbf{C}$  gebaseerd op een ongepubliceerd UK Met Office memorandum van A.F. Jenkinson uit 1977.

Indien  $\hat{\lambda}$  en  $\hat{\beta}$  gebaseerd zijn op de jaarmaxima van De Bilt en  $\hat{\theta}$  ontleend wordt aan Gellens (2003), dan geeft de delta methode de volgende uitdrukking voor de variantie van  $\hat{x}(T)$ :

$$\begin{aligned} \text{var } \hat{x}(T) \approx & \left( \frac{\partial x(T)}{\partial \lambda} \right)^2 \text{var } \hat{\lambda} + \left( \frac{\partial x(T)}{\partial \beta} \right)^2 \text{var } \hat{\beta} + 2 \left( \frac{\partial x(T)}{\partial \lambda} \right) \left( \frac{\partial x(T)}{\partial \beta} \right) \text{cov}(\hat{\lambda}, \hat{\beta}) \\ & + \left( \frac{\partial x(T)}{\partial \theta} \right)^2 \text{var } \hat{\theta} \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

De varianties van  $\hat{\lambda}$  en  $\hat{\beta}$  en de covariantie van  $\hat{\lambda}$  en  $\hat{\beta}$  zijn ontleend aan de informatie matrix voor de GEV verdeling met gegeven  $\theta$  (een deelmatrix van  $\mathbf{I}$ ). Voor de variantie van  $\hat{\theta}$  volgt voor  $\theta = -0.09$  uit vergelijking A8:

$$\text{var } \hat{\theta} \approx 0.549/n \quad (\text{A10})$$

met  $n = 625$ . Hierbij is ervan uitgegaan dat de jaarmaxima van de verschillende Belgische stations onafhankelijk zijn. Voor de korte duren die hier beschouwd worden lijkt deze aanname redelijk (Overeem e.a., 2006).

Bij deze berekening van de variantie van  $\hat{x}(T)$  is geen rekening gehouden met het modelleren van de GEV parameters als functie van de duur. In de studie van Overeem e.a. (2006) wordt

een reductie van ongeveer 30% in de standaardafwijking van de geschatte vormparameter gevonden als gevolg van het middelen van de schattingen van  $\theta$  over zes verschillende uren van 1 tot 24 uur. Dit leidt tot een reductie van de standaardafwijking van  $\hat{x}(T)$  voor grote  $T$ . De standaardafwijking van het 1000-jaar terugkeerniveau van de 60-minuutwaarden in deze studie neemt bijvoorbeeld af van 7.2 mm (tabel 1) tot 5.8 mm als de standaardafwijking van  $\hat{\theta}$  met 30% gereduceerd wordt. Het benaderen van de geschatte waarden van  $\lambda$  en  $\gamma$  met regressiemodellen heeft betrekkelijk weinig invloed op de standaardafwijkingen van de geschatte terugkeerniveaus (Buishand, 1993).





